0001945634508999

北海学園大学

2014年 経済学部1部 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ 数列 $\{a_n\}$ は,

$$a_1=2,\quad a_7=20,\quad a_{n+1}=\frac{a_n+a_{n+2}}{2},$$

数列 $\{b_n\}$ は,

$$b_1=1,\quad b_2=9,\quad b_{n+2}-2a_{n+2}=b_{n+1}+2a_n$$

を満たす．ただし，$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ とする．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(2) $b_{n+2}-b_{n+1}$ を a_{n+1} で表せ．また，数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

(3) 数列 $\{c_k\}$ は $c_k={a_k}^2-\dfrac{3}{2}b_k$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を満たす数列とし，S_n を $\{c_k\}$ の初項から第 n 項までの和とする．S_{100} を求めよ．

(1) $a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n$

$\therefore\ a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n$

$\therefore\ a_{n+1}-a_n=a_2-2$

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ は初項 2 公差 a_2-2 の等差数列 $\therefore\ a_n=2+(n-1)(a_2-2)$

$n=7$ を代入して，$a_7=2+6(a_2-2)$

$\therefore a_2=5\quad \therefore\ \underline{a_n=3n-1}$ //

(2) $b_{n+2}-b_{n+1}=2a_{n+2}+2a_n=\underline{4a_{n+1}}$ //　a_nの漸化式より

$\therefore\ b_{n+2}-b_{n+1}=4(3n+2)=12n+8$

$$\therefore\ b_n=\sum_{k=1}^{n-2}(12k+8)+b_2$$

$$=6(n-2)(n-1)+8(n-2)+9$$

$$=\underline{6n^2-10n+5}\ //$$

これは $n=1,2$ のときも成り立つ

(3) $c_k=(3k-1)^2-\frac{3}{2}(6k^2-10k+5)$

$$=9k^2-6k+1-9k^2+15k-\frac{15}{2}$$

$$=9k-\frac{13}{2}$$

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}9k-\frac{13}{2}$$

$$=\frac{9}{2}n(n+1)-\frac{13}{2}n$$

$$=\frac{9}{2}n^2-2n$$

$\therefore\ S_{100}=\underline{44800}$ //