茨城大学

2016年 教育学部 第4問

数理 石井K

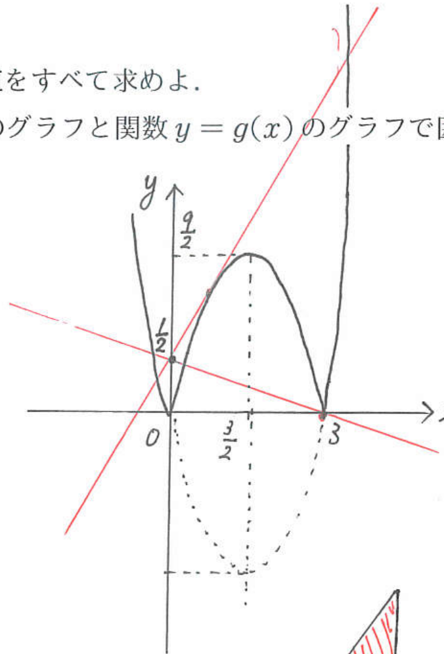
$\boxed{4}$ mを実数とする．2つの関数

$$f(x) = 2|x(x-3)|, \quad g(x) = mx + \frac{1}{2}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) 方程式 $f(x) = g(x)$ が異なる3つの実数解をもつときの m の値をすべて求めよ．

(2) mは(1)で求めた値のうち最大のものとする．関数 $y = f(x)$ のグラフと関数 $y = g(x)$ のグラフで囲まれる部分の面積を求めよ．



(1) $y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフは右のようになり．

$y=g(x)$ のグラフは定点 $(0, \frac{1}{2})$ を通る

よって．交点が3つとなるのは．

$y=g(x)$ のグラフが $(3,0)$ を通るときと．

$0<x<3$ において．$y=2x(3-x)$ と接するとき

$(3,0)$ を通るときは．$m=-\frac{1}{6}$

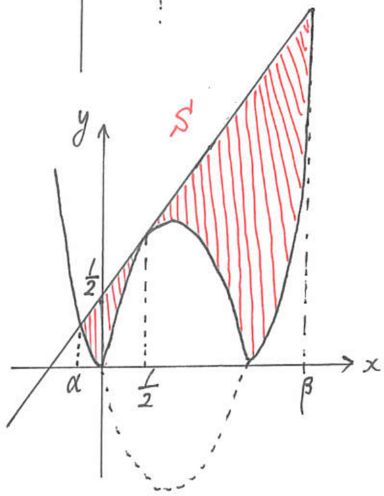
接するのは．$mx+\frac{1}{2}-2x(3-x)=0$ が重解をもつとき

$\therefore 2x^2+(m-6)x+\frac{1}{2}=0$ の判別式をDとすると．

$D=(m-6)^2-4\cdot 2\cdot \frac{1}{2}=0 \quad \therefore m=4, 8$

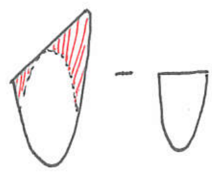
このうち．$0<x<3$ において接するのは．$m=4$

以上より．$\underline{m=-\frac{1}{6}, 4}$ //



(2) $2x(x-3)-(4x+\frac{1}{2})=0$ を解くと．$x=\dfrac{5\pm\sqrt{26}}{2}$

$\alpha=\dfrac{5-\sqrt{26}}{2}$，$\beta=\dfrac{5+\sqrt{26}}{2}$

$S =$  $\times 2$

また，接点のx座標は．$\frac{1}{2}$ より右図のようになる

$\therefore S=\int_\alpha^\beta 4x+\frac{1}{2}-2x(x-3)\,dx-2\int_0^3 -2x(x-3)\,dx$

$=-2\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)\,dx+4\int_0^3 x(x-3)\,dx$

$=-2\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot(\beta-\alpha)^3+4\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot(3-0)^3$

$\frac{1}{6}$の公式

$=\underline{\dfrac{26\sqrt{26}}{3}-18}$ //