

2011年第3問

3 数列  $\{a_n\}$  を初項  $a_1 = 1$ ，公差が 2 の等差数列とし，数列  $\{b_n\}$  は初項  $b_1 = 1$  で  $b_{n+1} - b_n = a_n$  を満たすとする．このとき，以下の問いに答えよ．

- (1) 数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ．
- (2) 数列  $\{b_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めよ．
- (3) 4 以上の自然数  $n$  に対して  $S_{n+1} < 2S_n$  が成立することを証明せよ．