



2013年 理工学部 第3問

3 座標空間内で4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(3, 0, 0)$ ,  $B(0, 4, 0)$ ,  $C(0, 0, 3)$  を頂点とする四面体  $OABC$  を考える. 辺  $AB$  上の点を  $D$ , 辺  $AC$  上の点を  $E$ , 線分  $DE$  上の点を  $P$  とする. 線分  $DE$  は辺  $BC$  に平行とする.  $\overrightarrow{AD} = \alpha \overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{DP} = \beta \overrightarrow{DE}$  とするとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $\alpha, \beta$  は実数とし,  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$  とする.

- (1)  $\overrightarrow{OP}$  を  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  によって表し, 次に  $\overrightarrow{OP}$  を成分表示せよ.
- (2)  $\overrightarrow{OP}$  が  $\overrightarrow{DE}$  に垂直となる  $P$  の座標を  $\alpha$  を用いて表せ.
- (3)  $\overrightarrow{OP}$  が  $\overrightarrow{DE}$  と  $\overrightarrow{AP}$  の両方に垂直となる  $\alpha$  の値を求めよ.
- (4) 点  $O$  から  $\triangle ABC$  に下ろした垂線の交点を  $H$  とする.  $H$  の座標を求めよ.