



2011年 総合理工（数理・情報システム）第2問

2 半径1の球を  $O_1$  とし，球  $O_1$  に内接する立方体を  $B_1$  とする．次に立方体  $B_1$  に内接する球を  $O_2$  とし，球  $O_2$  に内接する立方体を  $B_2$  とする．以下この操作を繰り返してできる球を  $O_n$ ，立方体を  $B_n$  ( $n = 3, 4, \dots$ ) とする．このとき，次の問いに答えよ．

- (1) 立方体  $B_1$  の1辺の長さ  $l_1$  を求めよ．
- (2) 球  $O_n$  の半径  $r_n$  を  $n$  を用いて表せ．
- (3) 球  $O_n$  の体積を  $V_n$  とし， $S_k = V_1 + V_2 + \dots + V_k$  とするとき， $\lim_{k \rightarrow \infty} S_k$  を求めよ．