



2017年工学部第2問

2 座標平面上の点  $O(0, 0)$ ,  $A(a_1, a_2)$ ,  $B(b_1, b_2)$ ,  $C(b_2, -b_1)$  を考える. さらに,  $0 \leq \theta_1 \leq \pi$ ,  $0 \leq \theta_2 \leq \pi$  に対し,

$$D(a_1 \cos \theta_1 - a_2 \sin \theta_1, a_1 \sin \theta_1 + a_2 \cos \theta_1)$$

$$E(b_1 \cos \theta_2 - b_2 \sin \theta_2, b_1 \sin \theta_2 + b_2 \cos \theta_2)$$

とおく.

(1)  $|\vec{OA}| = |\vec{OD}|$  を示せ.

(2)  $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 0$  かつ  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2\vec{OD} \cdot \vec{OE} \neq 0$  であるとする.  $\theta_1 = \frac{\pi}{7}$  であるとき,  $\theta_2$  を求めよ.

(3)  $\triangle OAB$  の外接円の半径を  $r_1$  とし,  $\triangle ODE$  の外接円の半径を  $r_2$  とする. また,  $\triangle OAB$  の面積を  $S$  とする.  $AB : DE = 2 : 3$  であるとき,  $\triangle ODE$  の面積を,  $S, r_1, r_2$  で表せ.

3点  $O, A, B$  は同一直線上にないものとし, 3点  $O, D, E$  も同一直線上にないものとする.