

2015年理系第3問

3  $a > 0$ とする. 曲線  $y = e^{-x^2}$  と  $x$  軸,  $y$  軸, および直線  $x = a$  で囲まれた図形を,  $y$  軸のまわりに1回転してできる回転体を  $A$  とする.

(1)  $A$  の体積  $V$  を求めよ.

(2) 点  $(t, 0)$  ( $-a \leq t \leq a$ ) を通り  $x$  軸と垂直な平面による  $A$  の切り口の面積を  $S(t)$  とするとき, 不等式

$$S(t) \leq \int_{-a}^a e^{-(s^2+t^2)} ds$$

を示せ.

(3) 不等式

$$\sqrt{\pi(1 - e^{-a^2})} \leq \int_{-a}^a e^{-x^2} dx$$

を示せ.