2017年 第3問

3 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 3, \quad a_{n+2} = 3a_{n+1}^2 - 6a_{n+1}a_n + 3a_n^2 + a_{n+1} \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

を満たすとする．また，$b_n = a_{n+1} - a_n$ $(n = 1,\ 2,\ \cdots)$ とおく．以下の問いに答えよ．

(1) $b_n \geqq 0$ $(n = 1,\ 2,\ \cdots)$ を示せ．

(2) b_n $(n = 1,\ 2,\ \cdots)$ の一の位の数が 2 であることを数学的帰納法を用いて証明せよ．

(3) a_{2017} の一の位の数を求めよ．