2012年 理工学部 第1問

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えよ．

(1) 3つの行列の積

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

の成分が任意の実数 x，y に対し 0 以上となるような実数 a の範囲を不等式で表すと $\boxed{\text{ア}}$ となる．

(2) $\angle B$ が直角の直角三角形 ABC の 2 辺 AB, BC の長さをそれぞれ 3，1 とする．また，$0 < x < 1$ を満たす x に対し線分 BC を $1 : x$ に外分する点を D とする．いま，$\angle \mathrm{CAD} = 2\angle \mathrm{BAC}$ が成り立っているとすると，$x = \boxed{\text{イ}}$ であり，$\triangle \mathrm{ACD}$ の外接円の半径は $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(3) 関数 $f(x)$，$g(x)$ が

$$\begin{cases} f(x) = xe^x + 2x\displaystyle\int_0^2 |g(t)|\,dt - 1 \\ g(x) = x^2 - x\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt \end{cases}$$

を満たすとき，$\displaystyle\int_0^2 |g(t)|\,dt$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ または $\boxed{\text{オ}}$ である．求める過程も解答欄 (3) に書きなさい．