

2012年 理工学部 第5問

5  $a > 0$ とし、 $x$ の3次関数  $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 5ax^2 + 7a^2x$$

と定める。また、 $t \geq 0$ に対し、曲線  $y = f(x)$ と  $x$ 軸および2直線  $x = t$ ,  $x = t + 1$ で囲まれた部分の面積を  $S(t)$ で表す。

- (1)  $S(0) =$   である。
- (2)  $f(x)$ は  $x =$   で極小値をとる。曲線  $y = f(x)$ 上にあり、 $x$ の値  に対応する点を  $P$ とする。  $a$ の値が変化するとき、点  $P$ の軌跡は曲線  $y =$   ( $x > 0$ )である。
- (3)  $S(t) = S(0)$ を満たす正の実数  $t$ が存在するような  $a$ の値の範囲を不等式で表すと  となる。以下、 $a$ の値はこの範囲にあるとする。  $c$ を  $S(c) = S(0)$ を満たす最大の正の実数とする。区間  $0 \leq t \leq c$ における  $S(t)$ の最大値、最小値をそれぞれ  $M(a)$ ,  $m(a)$ とすると、 $M(a) + m(a) =$   となる。