



2012年 第5問

5 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  は次の条件をみたすものとする.

$$a + d = 1, \quad A^2 - A - 2E = O$$

(ただし,  $E$  は単位行列で,  $O$  は零行列である.)

このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 次の関係をみたす実数  $x, y$  は  $x = y = 0$  に限ることを示せ.

$$xA + yE = O$$

(2) 自然数  $n$  に対し,  $A^n$  はある実数  $x_n, y_n$  を用いて,  $A^n = x_n A + y_n E$  の形で表せることを示し, 数列  $\{x_n - y_n\}, \{2x_n + y_n\}$  の一般項を求めよ.

(3) 自然数  $n$  に対し,  $A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$  とおく.  $p_n + s_n$  を求めよ.