

2014年学芸(国際関係)第3問



3 関数 $f(t) = 2|t-1|$ について、次の問に答えよ。

- (1) $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ とおく。 $g(x)$ を求めよ。
 (2) 曲線 $y = g(x)$ のグラフをかけ。
 (3) 曲線 $y = g(x)$ と、点 $(2, g(2))$ における $y = g(x)$ の接線で囲まれた領域の面積を求めよ。

(1) $y = f(t)$ のグラフより。

(i) $x < 1$ のとき

$$g(x) = \int_0^x 2(1-t) dt$$

$$= [2t - t^2]_0^x$$

$$= -x^2 + 2x$$

(ii) $x \geq 1$ のとき

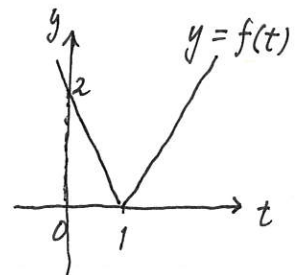
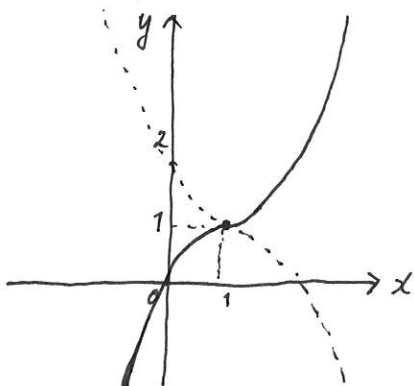
$$g(x) = \int_1^x 2(t-1) dt + 1$$

$$= [t^2 - 2t]_1^x + 1$$

$$= x^2 - 2x + 2$$

以上より $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & (x < 1) \\ x^2 - 2x + 2 & (x \geq 1) \end{cases}$

(2)



(3)

$y = g(x)$ と。

接線の交点で

$(2, g(2))$ における

ものは。

接線: $y = 2(x-2) + 2$

$$\therefore y = 2x - 2$$

$$-x^2 + 2x - 2x + 2 = 0$$

$$\therefore (-\sqrt{2}, -2\sqrt{2}-2)$$

$$\therefore S = \int_1^2 x^2 - 2x + 2 - 2x + 2 dx$$

$$+ \int_{-\sqrt{2}}^1 -x^2 + 2x - 2x + 2 dx$$

$$= \left[\frac{(x-2)^3}{3} \right]_1^2 + \left[-\frac{x^3}{3} + 2x \right]_{-\sqrt{2}}^1$$

$$= 2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

〃