

2017年 医学部 第1問

1 線分 OA, 線分 OB, 線分 AB の長さがそれぞれ $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, 3 である四面体 OABC に対して, 辺 AB を $s:1-s$ に内分する点を P, 辺 OC を $t:1-t$ に内分する点を Q とする ($0 < s < 1$, $0 < t < 1$). $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく. 内積 $\vec{AB} \cdot \vec{c} = 0$, $\angle AOC$ が $\frac{\pi}{3}$ であるとき, 次の問いに答えよ. ただし, $\angle OCP$ は鋭角であるとしてよい.

- (1) ベクトル \vec{PQ} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} と s , t で表せ.
- (2) 線分 PQ の長さが最小になるとき, $t = \frac{1}{2}$ であるとする. このとき線分 OC の長さを求めよ.
- (3) (2) の状況のもとで s を求め, 三角形 OPC の面積を求めよ.