



2011年人文学部第3問

3 正の定数  $k$  に対し、曲線  $y = kx^2$  を  $C$  とする。この曲線  $C$  を用いて、数列  $\{a_n\}$  を次のように定める。

(i)  $a_1 > 0$

(ii)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対し、点  $P_n(a_n, k(a_n)^2)$  における曲線  $C$  の接線と  $x$  軸との交点の  $x$  座標を  $a_{n+1}$  とする。

このとき、次の問に答えよ。

- (1) 曲線  $C$  上の点  $P_1$  における接線の方程式を求めよ。
- (2)  $a_2$  を  $a_1$  で表せ。
- (3)  $a_n$  を  $a_1$  で表せ。
- (4) 曲線  $C$ ,  $x$  軸, 直線  $x = a_n$ ,  $x = a_{n+1}$  で囲まれた図形の面積を  $S_n$  とする。  $S_n$  を  $a_1$  で表せ。
- (5)  $T_n = S_1 + S_3 + \dots + S_{2n-1}$  とする。  $T_n$  を  $a_1$  で表せ。
- (6)  $U_n = S_2 + S_4 + \dots + S_{2n}$  とする。  $\frac{U_n}{T_n}$  を求めよ。