

2013年文系第6問

6 2次関数 $y = \sqrt{2}x^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}$ のグラフを C とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 相異なる実数 s, t に対し、 C 上の点 $\left(s, \sqrt{2}s^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right), \left(t, \sqrt{2}t^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ における C の法線をそれぞれ l_s, l_t で表す。 l_s と l_t の交点の座標を求めよ。ただし、曲線 C 上の点 P における法線とは、 P を通り、 P における C の接線と垂直に交わる直線のことである。
- (2) t を固定して s を t に近づけると、(1) で求めた交点の x 座標と y 座標が近づく値をそれぞれ $f(t), g(t)$ で表す。このとき、 $f(t), g(t)$ を求めよ。
- (3) (2) で求めた $f(t), g(t)$ を、実数全体で定義された t の関数とみなして、

$$x = f(t), \quad y = g(t)$$

によって媒介変数表示される曲線を D とする。このとき、 C と D によって囲まれた部分の面積を求めよ。