



2018年教育・経済学部第2問

2 初項  $a$ 、公差  $-3$  の等差数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とする。また、 $T_n$  を次の式で定める。

$$\begin{aligned} T_n &= \sum_{k=1}^n (n-k+1)a_k \\ &= na_1 + (n-1)a_2 + (n-2)a_3 + \cdots + 2a_{n-1} + a_n \end{aligned}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 数学的帰納法を用いて、 $S_n = \frac{1}{2}n\{2a - 3(n-1)\}$  となることを証明せよ。
- (2)  $T_n$  を  $a$ 、 $n$  を用いて表せ。
- (3)  $a$  を自然数とする。  $S_n < 0$  かつ  $T_n \geq 0$  を満たす自然数  $n$  の個数が 30 であるような  $a$  の値をすべて求めよ。