



2018年理学部第6問

6 M は有限個の複素数からなる集合で,

(i) $1 \in M, 0 \notin M$

(ii) $z, w \in M$ ならば $zw \in M$

を満たすとする. $\alpha \in M$ とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) $\alpha^n = 1$ となる自然数 n が存在することを示せ.

(2) m を $\alpha^m = 1$ を満たす自然数のうち最小のものとする. このとき,

$$\cos \frac{2\pi}{m} + i \sin \frac{2\pi}{m} \in M$$

であることを示せ.