

2014年第4問

4 座標平面上に点  $P(x, y)$ , 点  $F(1, 0)$ , 点  $F'(-1, 0)$ , および直線  $l: x = 2$  がある. 点  $P$  から直線  $l$  に下ろした垂線を  $PH$  とする. また, 点  $P$  と点  $F, F', H$  との距離を, それぞれ  $PF, PF', PH$  とし, 原点  $O$  と点  $P$  の距離を  $r$  とする. 比  $\frac{PF}{PH}$  の値が  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  となる点  $P$  の軌跡を  $C$  とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $C$  の方程式を求めよ.
- (2)  $PF + PF'$  は定数となる. その値を求めよ.
- (3)  $PF \cdot PF'$  を  $r$  を用いて表せ.
- (4) 点  $P$  は第1象限にあり,  $\angle F'PF = \frac{\pi}{3}$  とする. このとき,  $r$  の値と点  $P$  の座標を求めよ. また,  $C$  上の求めた点  $P$  における接線の方程式を求めよ.