

2012年 医学部 第3問

3 次の問いに答えよ.

(1) 連立1次方程式

$$\begin{cases} 5x - y = kx \\ 6x - 2y = ky \end{cases}$$

が $(x, y) = (0, 0)$ 以外の解をもつような k を k_1, k_2 (ただし $k_1 < k_2$) とおくと, $k_1 = \boxed{7}$, $k_2 = \boxed{8}$ である.

(2) (1) で求めた k_1 に対して $(x, y) = (1, a)$, k_2 に対して $(x, y) = (b, 1)$ が各々上の連立1次方程式を満たすとき, 行列 A と P を

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & b \\ a & 1 \end{pmatrix}$$

とおくと $P^{-1}AP = \boxed{9}$ となる. これより自然数 n に対して $A^n = \boxed{10}$ である.

(3) 自然数 n に対して漸化式

$$\begin{cases} a_{n+1} = 5a_n - b_n \\ b_{n+1} = 6a_n - 2b_n \end{cases}, \quad a_1 = 1, b_1 = 2$$

を満たす数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めると, $a_n = \boxed{11}$, $b_n = \boxed{12}$ である.