



2012年工学部第4問

4 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) $A^2 - 6A + 9E = O$ を示せ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。

(2) 数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n \geq 2)$$

で定めるとき、 x_n , y_n をそれぞれ n を用いて表せ。

(3) 自然数 n に対して、 $A^n = a_n A + b_n E$ となる a_n , b_n をそれぞれ n を用いて表せ。