信州大学

2013年 教育（文系） 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ xy 平面上に4点O(0, 0)，A(−1, 2)，B(2, 1)，P(u, v)がある．点Pが

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA}\cos\alpha + \overrightarrow{OB}\sin\beta \quad (ただし，0 \leqq \alpha \leqq \pi,\ 0 \leqq \beta \leqq \pi)$$

を満たすとき，点Pの存在する領域を図示せよ．

$0 \leqq \alpha \leqq \pi$, $0 \leqq \beta \leqq \pi$ より，$-1 \leqq \cos\alpha \leqq 1$，$0 \leqq \sin\beta \leqq 1$

∴ $s = \cos\alpha$，$t = \sin\beta$ とおくと，

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} \quad (-1 \leqq s \leqq 1,\ 0 \leqq t \leqq 1)$$

これを $-1 \leqq s \leqq 0$ と $0 \leqq s \leqq 1$ に分けて考えると，

$$\begin{cases} \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} & (-1 \leqq s \leqq 0,\ 0 \leqq t \leqq 1) \\ \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} & (0 \leqq s \leqq 1,\ 0 \leqq t \leqq 1) \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{OP} = -s\cdot(-\overrightarrow{OA}) + t\overrightarrow{OB} & (0 \leqq -s \leqq 1,\ 0 \leqq t \leqq 1) \\ \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} & (0 \leqq s \leqq 1,\ 0 \leqq t \leqq 1) \end{cases}$$

$\Updownarrow$ $s' = -s$，$\overrightarrow{OA'} = -\overrightarrow{OA}$ とおく

$$\begin{cases} \overrightarrow{OP} = s'\overrightarrow{OA'} + t\overrightarrow{OB} & (0 \leqq s' \leqq 1,\ 0 \leqq t \leqq 1) \\ \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} & (0 \leqq s \leqq 1,\ 0 \leqq t \leqq 1) \end{cases}$$

よって，点Pの存在する領域は右図の

斜線部分（ただし境界線を含む）