



2010年医(医)・歯・薬第2問

2 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{3}{a_n} \right)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められるとき, 次の問いに答えよ.

(1) $0 < a_2 - \sqrt{3} < \frac{1}{2}$ を示せ.

(2) n が 2 以上の自然数であるとき, 不等式 $0 < a_n - \sqrt{3} < \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ を数学的帰納法によって証明せよ.

(3) 数列 $\{a_n\}$ の極限值を求めよ.