

2014年第3問

3 e は自然対数の底とする。Oを原点とする座標平面に3点

$$A(e^{-\theta} + \sqrt{3}, e^{-\theta}), \quad B(\cos \theta, \sin \theta), \quad C(\sqrt{3}, 0)$$

がある。ただし、 $\theta \geq 0$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 三角形ABCの面積を $F(\theta)$ とする。 $F(\theta)$ を求めよ。
- (2) $F(\theta)$ の導関数を $F'(\theta)$ とする。区間 $0 < \theta < 2\pi$ において $F'(\theta) = 0$ となる θ の値をすべて求めよ。
- (3) n を自然数とする。区間 $2(n-1)\pi \leq \theta \leq 2n\pi$ における $F(\theta)$ の最大値、最小値をそれぞれ α_n, β_n とする。 α_n, β_n を求めよ。また最大値を与える θ の値と最小値を与える θ の値を求めよ。
- (4) (3)で求めた α_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)に対して、 $S = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n$ とおく。 S の値を求めよ。