



2011年 医学部 第3問

3 実数を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & c \end{pmatrix}$ は $A^2 - A + E = O$ をみたすとする。ただし、 E は 2 次の単位行列、 O は 2 次の零行列を表し、 $b > 0$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) b と c を、それぞれ a を用いて表せ。

(2) 2 つのベクトル $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ と $A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ が垂直であるとき、行列 A を求めよ。

(3) A を (2) で求めた行列とする。1 個のさいころを $k+1$ 回投げて、出た目を順に m_1, m_2, \dots, m_{k+1} とする。このときベクトル $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{k+2}$ を次のように定める。

$$\bullet P_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bullet P_{n+1} = P_n + A^{m_n}(P_n - P_{n-1}) \quad (n = 1, 2, \dots, k+1)$$

さらに、ベクトル P_1, \dots, P_{k+1} がすべて異なり $P_{k+2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ となる確率を q_k とする。このとき、 q_1, q_2, q_3 を、それぞれ求めよ。