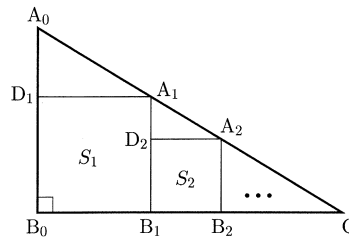


2011 年 工学部 第 1 問

1 三角形  $A_0B_0C$  は辺  $A_0B_0$  の長さが  $a$ ,  $\angle A_0 = 60^\circ$ ,  $\angle B_0 = 90^\circ$  の直角三角形であり, 三角形  $A_0'B_0'C'$  は辺  $A_0'B_0'$  の長さが  $a$ ,  $\angle A_0' = 45^\circ$ ,  $\angle B_0' = 90^\circ$  の直角三角形である. 右図に示すように三角形  $A_0B_0C$  の 3 つの辺上にそれぞれ点  $D_1, A_1, B_1$  をとり, 正方形  $B_0D_1A_1B_1$  を作る. 次に, 三角形  $A_1B_1C$  の 3 つの辺上に点  $D_2, A_2, B_2$  をとり, 正方形  $B_1D_2A_2B_2$  を作る. これを繰り返し, 正方形  $B_{j-1}D_jA_jB_j$  を作る. その正方形の面積を  $S_j$  とおく. ただし,  $j = 1, 2, \dots$  である. 同様な操作で, 三角形  $A_0'B_0'C'$  にも正方形  $B_{j-1}'D_j'A_j'B_j'$  を作り, その正方形の面積を  $S_j'$  とおく. これらの図形について以下の問いに答えよ.



- (1)  $S_1$  を  $a$  を用いた式で示せ.
- (2)  $S_j$  を  $a$  と  $j$  を用いた式で示せ.
- (3) 三角形  $A_0B_0C$  内に正方形を描くことを無限に繰り返すとき, 正方形の面積の総和  $S_T$  が三角形  $A_0B_0C$  の面積  $S_0$  に占める割合を求めよ.
- (4)  $c_j = \frac{S_{j+2}}{S_j'}$  で定義される一般項  $c_j$  を持つ無限級数は, 収束するか発散するかを, 根拠を式で示した上で答えよ.