



2014年理学部(数)第3問

3  $p$  を  $0 < p < \frac{1}{6}$  を満たす実数とする. 次のように数列  $\{a_n\}$  を帰納的に定義する.  $a_1 = 0$  とし, 第  $n$  項  $a_n$  を用いた関数

$$f_n(x) = 2x^3 - 3px^2 + 6a_nx - 1$$

が極大値と極小値をもつならば, 第  $n+1$  項  $a_{n+1}$  を  $f_n(x)$  の極大値と極小値の和により定める. そうでないならば,  $a_{n+1} = 0$  と定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $f_1(x)$  が極大値と極小値をもつことを示し,  $a_2$  を  $p$  を用いて表せ.
- (2)  $k$  を自然数とする. 関数  $f_k(x)$  が極大値と極小値をもつならば, 関数  $f_{k+1}(x)$  も極大値と極小値をもつことを示せ.
- (3)  $a_{n+1}$  と  $a_n$  の関係式を  $p$  を用いて表せ.
- (4) 一般項  $a_n$  を  $p$  を用いて表せ.