

2016年医学部第1問

1 $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\tan x \leq x + 1 - \frac{\pi}{4}$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) が成り立つことを示せ.
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ を求めよ.
- (3) $I_n + I_{n+2}$ の値を n を用いて表せ.
- (4) (3) までの結果を用いて, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n}$ の和を求めよ.