

2015年 教育学部（中等数学）第3問

3 四面体OABCにおいて、辺OAは平面OBCに直交し、

$$OA = \sqrt{6}, \quad OB = OC = BC = 1$$

であるとする。四面体OABCの内部の点Pから、平面OABに下ろした垂線をPD、平面OBCに下ろした垂線をPE、平面OACに下ろした垂線をPF、平面ABCに下ろした垂線をPGとする。ここで、D、E、F、Gはそれぞれ平面OAB、OBC、OAC、ABC上の点である。3つの線分PD、PE、PFの長さは等しく、その長さを $R$ とする。辺BCの中点をHとすると、点Eは線分OH上にあり、点Gは線分AH上にある。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$  において、次の問に答えよ。

- (1)  $\vec{HA}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  を用いて表せ。また線分HAの長さを求めよ。
- (2)  $\vec{OP}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  および  $R$  を用いて表せ。
- (3) 線分PGの長さが  $R$  であるとき、 $R$  の値を求めよ。