



2014年理工・生命科学・食環境科学第3問

3  $e$  を自然対数の底とする。関数  $y = xe^{2x}$  のグラフを曲線  $C$  とおき、点  $(1, e^2)$  における  $C$  の接線を  $l$  とする。次の各問に答えよ。

(1)  $l$  の方程式は  $y = e^2(\square{\text{ア}}x - \square{\text{イ}})$  である。

(2)  $\int_0^1 e^{2x} dx = \frac{e^2 - \square{\text{ウ}}}{\square{\text{エ}}}$  である。また、 $\int_0^1 xe^{2x} dx = \frac{e^2 + \square{\text{オ}}}{\square{\text{カ}}}$  である。

(3) 曲線  $C$ 、接線  $l$  と  $y$  軸とで囲まれた図形の面積は  $\frac{\square{\text{キ}}e^2 + 1}{\square{\text{ク}}}$  である。

$$(1) y' = e^{2x} + x \cdot 2e^{2x} = (1+2x)e^{2x}$$

$$\therefore l: y = 3e^2(x-1) + e^2 \quad \therefore l: y = \underline{3e^2x - 2e^2}$$

$$(2) \int_0^1 e^{2x} dx = \left[ \frac{e^{2x}}{2} \right]_0^1 = \underline{\frac{e^2 - 1}{2}}$$

$$\int_0^1 xe^{2x} dx = \int_0^1 x \left( \frac{e^{2x}}{2} \right)' dx = \left[ x \cdot \frac{e^{2x}}{2} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2} dx = \underline{\frac{e^2 + 1}{4}}$$

(3)  $y' = 0$  と  $\square{\text{イ}}$  の  $x = -\frac{1}{2}$

$$S = \int_0^1 xe^{2x} - 3e^2x + 2e^2 dx$$

$$= \int_0^1 xe^{2x} dx - 3e^2 \int_0^1 x dx + \int_0^1 2e^2 dx$$

$$= \frac{e^2 + 1}{4} - 3e^2 \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^1 + [2e^2x]_0^1$$

$$= \frac{e^2 + 1}{4} - \frac{3}{2}e^2 + 2e^2$$

$$= \underline{\frac{3e^2 + 1}{4}}$$

$x$	...	$-\frac{1}{2}$	...
$y'$	-	0	+
$y$	$\searrow$	$-\frac{1}{2e}$	$\nearrow$

極小

