

2017年薬学部第1問

1  $AB_1 = 8$ ,  $B_1C_1 = 4$ ,  $C_1A = 6$  の  $\triangle AB_1C_1$  において、内接円  $O_1$  の面積を  $S_1$  とする。辺  $B_1C_1$  に平行で、内接円  $O_1$  に接する直線が辺  $AB_1$ , 辺  $AC_1$  と交わる点を、それぞれ  $B_2$ ,  $C_2$  とし、 $\triangle AB_2C_2$  の内接円  $O_2$  の面積を  $S_2$  とする。以下、同様な操作を繰り返して、 $\triangle AB_nC_n$  をつくり、その内接円  $O_n$  の面積を  $S_n$  とする。ただし、 $n$  は自然数とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\sin A$  および  $\sin \frac{A}{2}$  を求めよ。
- (2) 内接円  $O_1$  の半径  $r_1$  を求めよ。
- (3) 内接円  $O_{n+1}$  の半径  $r_{n+1}$  と内接円  $O_n$  の半径  $r_n$  の関係式を求めよ。
- (4) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  を求めよ。