

2014年 情報理工学部 第1問 (5) $(1, 1, 1), (2, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2) \therefore \frac{4}{6^3} = \frac{1}{54} //$

1 の中に答を入れよ。

$$\left(1 - \frac{1}{54}\right) + \frac{1}{216} = \frac{71}{72} //$$

数理
石井K

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 2b \\ -b & a \end{pmatrix}$ の表す1次変換によって、点(3, 1)が点(7, -5)に移され、点(p, q)が点(4, 1)に移される。aとbの値を求めると $(a, b) = \text{ア}$ であり、pとqの値を求めると $(p, q) = \text{イ}$ である。

(2) 3辺の長さがそれぞれ1, x, $2-x$ ($\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$) の三角形がある。この三角形の面積Sをxで表すと $S = \text{ウ}$ であり、 $S \geq \frac{\sqrt{2}}{4}$ となるxの値の範囲を求めると エ である。

(3) 2つの数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ は、

$$a_n = 2n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = 2, \quad (n+1)b_{n+1} = a_{n+1} + nb_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす、 $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めると、 $\sum_{k=1}^n a_k = \text{オ}$ である。 $\{b_n\}$ の一般項を求めると、 $b_n = \text{カ}$ である。

(4) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $y = 1 - 2\sin\theta - \cos 2\theta$ の最大値を求めると、 $y = \text{キ}$ であり、 $z = \sin^2\theta + \sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 2\cos^2\theta$ の最大値を求めると、 $z = \text{ク}$ である。

(5) 3つのサイコロを同時に投げるとき、出た目の和が4以下である確率は ケ であり、出た目の和が奇数であるか5以上である確率は コ である。

$$(1) \begin{pmatrix} a & 2b \\ -b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ より } \begin{cases} 3a + 2b = 7 \\ a - 3b = -5 \end{cases} \therefore (a, b) = (1, 2) //$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ より } \begin{cases} p + 4q = 4 \\ -2p + q = 1 \end{cases} \therefore (p, q) = (0, 1) //$$

$$(2) (2-x)^2 = 1 + x^2 - 2x \cdot \cos\theta \quad \therefore \cos\theta = \frac{4x-3}{2x} \quad \therefore \sin\theta = \frac{\sqrt{-12x^2+24x-9}}{2x}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot x \cdot \frac{\sqrt{-12x^2+24x-9}}{2x} = \frac{\sqrt{-12x^2+24x-9}}{4} \quad S \geq \frac{\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \text{ 区間解して } 1 - \frac{\sqrt{3}}{6} \leq x \leq 1 + \frac{\sqrt{3}}{6} //$$

$$(3) \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n (2k-1) = n(n+1) - n = n^2 //$$

$$C_n = nb_n \text{ と定めると, } C_{n+1} - C_n = 2n+1 \quad \therefore C_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k+1) \quad (n \geq 2)$$

$$\therefore C_n = 2 + n(n-1) + n-1 \quad \therefore C_n = n^2 + 1 \quad \text{これは } n=1 \text{ のときもみたす}$$

$$\therefore nb_n = n^2 + 1 \quad \therefore b_n = n + \frac{1}{n} //$$

$$(4) y = 1 - 2\sin\theta - (1 - 2\sin^2\theta) = 2(\sin\theta - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} \quad \therefore \text{最大値は } 4 //$$

$$z = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\theta + 2 \cdot \frac{1 + \cos 2\theta}{2} = \sin(2\theta + \frac{\pi}{6}) + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\theta + \frac{3}{2} \quad \therefore z \text{ の最大値は } 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} //$$