

2017年 医学部 第3問

3 3gのおもり1個が片方の皿にのっているてんびんと、無数に用意された1g, 2g, 3gのおもりがある。以下の2つのルールに基づいて、てんびんの皿におもりを1個ずつのせる試行を行う。

1. てんびんが釣り合っていないときには、総重量が軽い方の皿に1g, 2g, 3gのおもりを無作為に1個選んでのせる。それぞれのおもりが選ばれる確率は $0 < a < 1$ として $\frac{a}{2}$ ,  $\frac{a}{2}$ ,  $1 - a$ である。
2. てんびんが釣り合った時点で試行をやめる。

$n$ 回目の試行の結果、てんびんが釣り合っていない確率を $p_n$ 、てんびんが釣り合って試行が終了する確率を $q_n$ とするとき、以下の各問に答えよ。

- (1)  $p_1$  と  $p_2$  をそれぞれ  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $p_n$  の一般項を  $a$  と  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $q_n$  の一般項を  $a$  と  $n$  を用いて表せ。
- (4)  $\sum_{n=1}^{\infty} nq_n$  を求めよ。