富山大学

2010年 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 青球6個と赤球n個$(n \geqq 2)$が入っている袋から，3個の球を同時に取り出すとき，青球が1個で赤球が2個である確率をP_nとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) P_nをnの式で表せ．

(2) $P_n > P_{n+1}$をみたす最小のnを求めよ．

(3) P_nを最大にするnの値を求めよ．

(1) 球は全部で $n+6$ 個 あるので，すべての取り出し方は ${}_{n+6}C_3$ 通りである．

そのうち，青球1個，赤球2個を取り出すのは，${}_6C_1 \times {}_nC_2$ 通りであるから，

$$P_n = \frac{{}_6C_1 \times {}_nC_2}{{}_{n+6}C_3} = \underline{\frac{18n(n-1)}{(n+6)(n+5)(n+4)}}\ //$$

(2) $\dfrac{P_{n+1}}{P_n} < 1$ をみたす最小のnを求めればよい．(1)より，

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{\dfrac{18(n+1)n}{(n+7)(n+6)(n+5)}}{\dfrac{18n(n-1)}{(n+6)(n+5)(n+4)}} = \frac{(n+1)(n+4)}{(n-1)(n+7)}$$

$\therefore\ \dfrac{(n+1)(n+4)}{(n-1)(n+7)} < 1$　　$\therefore\ n \geqq 2$ より，$(n+1)(n+4) < (n-1)(n+7)$

これを解いて，$n > 11$　　$\therefore$ 最小のnは $\underline{n=12}\ //$

(3) (2)より，$2 \leqq n \leqq 10$ においては，$P_n < P_{n+1}$

$n = 11$ においては，$P_n = P_{n+1}$

$n \geqq 12$ においては，$P_n > P_{n+1}$

すなわち，$P_2 < P_3 < P_4 < \cdots < P_{11} = P_{12} > P_{13} > P_{14} > \cdots$ となる．

$\therefore$ P_nを最大にするnは，$\underline{n = 11,\ 12}\ //$