



2017年 歯学・工学部 第1問

1 以下の問いに答えよ。

- (1)  $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき,  $4 \sin^3 \theta + 3 \cos^2 \theta$  の最大値と最小値, およびそのときの  $\theta$  の値をそれぞれ求めよ.
- (2)  $e$  を自然対数の底とする.  $x > e$  の範囲において, 関数

$$y = x^{\frac{1}{x}}$$

を考える. この両辺の対数を  $x$  について微分することにより,  $y$  は減少関数であることを示せ. また,  $e < a < b$  のとき,  $a^b > b^a$  が成り立つことを証明せよ.

- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項が

$$a_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n n(n-1)$$

であるとき,  $a_{n+1} - a_n$  を  $n$  の式で表し,  $a_n$  が最大となる正の整数  $n$  をすべて求めよ.

- (4) 複素数平面上の点  $P(z)$  が, 原点を中心とする半径 3 の円の周上を動くとき,

$$w = \frac{z + 3i}{z}$$

で表される点  $Q(w)$  はどのような図形を描くか.