



2014年理学部(数)第3問

3 p を $0 < p < \frac{1}{6}$ を満たす実数とする. 次のように数列 $\{a_n\}$ を帰納的に定義する. $a_1 = 0$ とし, 第 n 項 a_n を用いた関数

$$f_n(x) = 2x^3 - 3px^2 + 6a_nx - 1$$

が極大値と極小値をもつならば, 第 $n+1$ 項 a_{n+1} を $f_n(x)$ の極大値と極小値の和により定める. そうでないならば, $a_{n+1} = 0$ と定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $f_1(x)$ が極大値と極小値をもつことを示し, a_2 を p を用いて表せ.
- (2) k を自然数とする. 関数 $f_k(x)$ が極大値と極小値をもつならば, 関数 $f_{k+1}(x)$ も極大値と極小値をもつことを示せ.
- (3) a_{n+1} と a_n の関係式を p を用いて表せ.
- (4) 一般項 a_n を p を用いて表せ.