



2018年理学部(数)第1問

1 自然数 k に対して、分母が $2k+1$ 、分子が k 以下の自然数の平方からなる分数を考える。このような分数を、分母の小さい順に、分母が同じ場合には分子の大きい順に並べてできる数列を作り、下のように群に分ける。

$$\frac{1}{3} \mid \frac{4}{5}, \frac{1}{5} \mid \frac{9}{7}, \frac{4}{7}, \frac{1}{7} \mid \frac{16}{9}, \frac{9}{9}, \frac{4}{9}, \frac{1}{9} \mid \frac{25}{11}, \frac{16}{11}, \frac{9}{11}, \frac{4}{11}, \frac{1}{11} \mid \frac{36}{13}, \frac{25}{13}, \dots$$

第1群 第2群 第3群 第4群 第5群

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 第 n 群の最初の項を n を用いて表せ。
- (2) $\frac{36}{23}$ が第何項になるかを求めよ。
- (3) 第 n 群の項の総和を S_n とする。このとき、 $\sum_{k=1}^n S_k$ の値 S を n を用いて表せ。
- (4) 初項から第 376 項までの和を求めよ。