0001634095638999

静岡大学

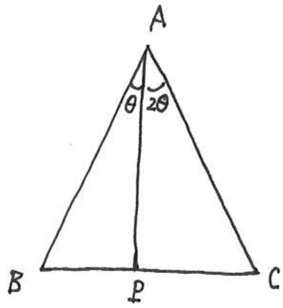
2014年 第1問

$\boxed{1}$ $AB = AC = 8$ である二等辺三角形 ABC がある．点 P は辺 BC 上にあり，$\angle BAP = \theta$，$\angle PAC = 2\theta$，$\cos\theta = \dfrac{7}{8}$ であるとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) BC の長さを求めよ．

(2) BP : PC を求めよ．

(3) AP の長さを求めよ．



(1) 3倍角の公式より $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta = \dfrac{7}{128}$

$\therefore$ 余弦定理より．$BC^2 = 8^2 + 8^2 - 2\cdot 8\cdot 8\cdot \dfrac{7}{128}$

$= 121$

$\therefore \underline{BC = 11}$ //

(2) $\triangle ABP : \triangle APC = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot AP\cdot \sin\theta : \frac{1}{2}\cdot AP\cdot 8\cdot \sin 2\theta$

$= \sin\theta : \sin 2\theta$

$= \sin\theta : 2\sin\theta\cos\theta$

$= 1 : 2\cos\theta$

$= 1 : \dfrac{7}{4}$

$= 4 : 7$

$\therefore$ 一方．$\triangle ABP : \triangle APC = BP : PC$ より． $\underline{BP : PC = 4 : 7}$ //

(3) 余弦定理より

$BP^2 = 8^2 + AP^2 - 2\cdot 8\cdot AP\cdot \cos\theta$

(2) より $BP = 4$ より． $16 = 64 + AP^2 - 14AP$

$\therefore AP^2 - 14AP + 48 = 0$

$(AP - 6)(AP - 8) = 0$

$AP < AB = 8$ より $\underline{AP = 6}$ //