



2018年理学部(数)第4問

4 $x \geq 0$ の範囲で、関数

$$f_n(x) = e^x - 1 - \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f_2(x) \geq 0$ であることを示せ。
- (2) すべての自然数 n に対して、 $f_n(x) \geq 0$ であることを示せ。
- (3) $f_3(x) \leq x f_2(x)$ が成り立つことを示せ。
- (4) $0 \leq x < 1$ を満たす x について、 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = e^x - 1$ が成り立つことを示せ。