



2013年 医学部 第3問

3 実数を成分とする行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  は、 $A^3 - 3A + 2E = O$ 、 $A \neq -2E$  かつ  $a + d \neq 2$  を満たすとする。ただし、 $E$  は単位行列  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 、 $O$  は零行列  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  を表すとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $A$  は単位行列  $E$  の実数倍ではないことを示せ。
- (2)  $a + d$ 、 $ad - bc$  の値を求めよ。
- (3)  $A$  の逆行列を  $A^{-1}$  として、自然数  $n$  に対して、実数  $p_n$ 、 $q_n$  を等式  $(A^{-1})^n = p_n A + q_n E$  で定める。さらに、 $r_n = q_n - 2p_n$  とするとき、数列  $\{r_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4) 数列  $\{q_n\}$  の一般項を求めよ。