



2016年第3問

3 四面体OABCにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。このとき等式

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 1$$

が成り立つとする。 t は実数の定数で、 $0 < t < 1$ を満たすとする。線分OAを $t:1-t$ に内分する点をPとし、線分BCを $t:1-t$ に内分する点をQとする。また、線分PQの中点をMとする。

- (1) \overrightarrow{OM} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} と t を用いて表せ。
- (2) 線分OMと線分BMの長さが等しいとき、線分OBの長さを求めよ。
- (3) 4点O、A、B、Cが点Mを中心とする同一球面上にあるとする。このとき、 $\triangle OAB$ と $\triangle OCB$ は合同であることを示せ。