



2012年 教育地域科学 第2問

2 四面体 $OABC$ において、 $OA = 2$, $OB = \sqrt{2}$, $OC = 1$ であり、 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$, $\angle AOC = \frac{\pi}{3}$, $\angle BOC = \frac{\pi}{4}$ であるとする。また、3点 O, A, B を含む平面を α とし、点 C から平面 α に下ろした垂線と α との交点を H , 平面 α に関して C と対称な点を D とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) \vec{OH} , \vec{OD} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ の重心を G とし、面 OAB 上の点 P で $CP + PG$ を最小にする点を P_0 とする。このとき、 \vec{OP}_0 を \vec{a} , \vec{b} を用いて表し、 $CP_0 + P_0G$ の値を求めよ。