



2015年理学部(物・化・生・地)・薬・工・先進(物・電・ナ・画・情)第4問

4 0以上の整数 n に対して, 整式 $T_n(x)$ を

$$T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x, \quad T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

で定める. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 0以上の任意の整数 n に対して

$$\cos(n\theta) = T_n(\cos\theta)$$

となることを示せ.

(2) 定積分

$$\int_{-1}^1 T_n(x) dx$$

の値を求めよ.