

2011年工学部第1問

1 四面体  $OABC$  は  $OA = OB = 2$ ,  $OC = 1$ ,  $\angle AOB = \angle AOC = 60^\circ$  をみたしている. 線分  $AB$  を  $1:2$  に内分する点を  $M$  とし, 線分  $OM$  を  $s:1-s$  ( $0 < s < 1$ ) に内分する点を  $H$  とする.  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$ ,  $\angle BOC = \theta$  ( $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ) として, 次に答えよ.

- (1) ベクトル  $\vec{OH}$ ,  $\vec{CH}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  と  $s$  を用いて表せ.
- (2)  $\vec{CH} \perp \vec{OM}$  のとき,  $s$  を  $\theta$  を用いて表せ.
- (3)  $\vec{CH} \perp \vec{OM}$ ,  $BC = \sqrt{\frac{17}{5}}$  とするとき,  $\cos \theta$  と  $s$  の値を求めよ.
- (4)  $\vec{CH} \perp \vec{OM}$ ,  $BC = \sqrt{\frac{17}{5}}$  とするとき, 四面体  $OABC$  の体積  $V$  を求めよ.