

2018年 工学部・情報工学部 第1問

1  $a$  を正の実数とする. 円  $C: x^2 + y^2 = 1$  と曲線  $D: y = ax^2 - 1$  について, 次に答えよ.

- (1)  $a$  の値によらず, 円  $C$  と曲線  $D$  の両方がつねに通る点の座標を求めよ.
- (2) 円  $C$  と曲線  $D$  が (1) で求めた点以外で交点をもつとき,  $a$  の範囲を求めよ.
- (3)  $a$  が (2) で求めた範囲にあるとき, (1) で求めた点以外の円  $C$  と曲線  $D$  の交点の座標を  $a$  を用いて表せ.
- (4) (3) で求めた交点を通り,  $x$  軸と平行な直線を  $l$  とする. 直線  $l$  と曲線  $D$  で囲まれた部分を  $y$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積  $V$  を  $a$  を用いて表せ.
- (5) (4) で求めた立体の体積  $V$  の最大値を求めよ. また, そのときの  $a$  の値を求めよ.