0001892277018999

大同大学

2014 年 工・情報学部 第 7 問

数理 石井K

$\boxed{7}$ △ABC において，$\cos A = \dfrac{2}{3}$，BC = 10 とする．

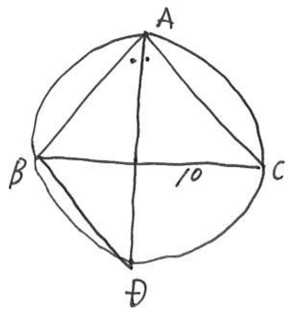
(1) △ABC の外接円の半径を求めよ．

(2) ∠BAC の 2 等分線と △ABC の外接円の交点のうち A と異なる方を D とする．BD を求めよ．

(3) AB $= 3\sqrt{2}$ のとき，AD を求めよ．

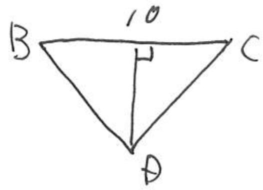
(1) $\cos A = \dfrac{2}{3}$ より．$\sin^2 A = 1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{5}{9}$　$\sin A > 0$ より．$\sin A = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

正弦定理より．$\dfrac{10}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = 2R$　$\therefore \underline{R = 3\sqrt{5}}$ //



(2) $\sin\angle BAD = \sin\angle DAC$ より

$\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{CD}$　$\therefore BD = CD$



∴ △BCD は 二等辺三角形

また　$\angle BAC + \angle BDC = 180^\circ$ より

~~$\sin\angle BAC = \sin\angle BDC$~~　$\cos\angle BDC = -\cos\angle BAC = -\dfrac{2}{3}$

$BD = CD = x$ とおくと 余弦定理より．

$10^2 = x^2 + x^2 - 2x^2 \cdot \left(-\dfrac{2}{3}\right)$　$\therefore 2x^2 + \dfrac{4}{3}x^2 = 100$

$\dfrac{10}{3}x^2 = 100$　$\therefore x^2 = 30$

$\therefore \underline{BD = x = \sqrt{30}}$ //

(3) 半角の公式より　$\cos^2\angle BAD = \dfrac{1+\cos\angle BAC}{2}$

数II の内容 だけど
数I だけでも解ける
(ここでは略)

$= \dfrac{5}{6}$　$\therefore \cos\angle BAD = \sqrt{\dfrac{5}{6}}$

$0^\circ < \angle BAD < 90^\circ$ より 正

∴ 余弦定理 より．

$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB\cdot AD \cdot \cos\angle BAD$

$30 = 18 + AD^2 - 6\sqrt{2}\cdot AD \cdot \sqrt{\dfrac{5}{6}}$

$\therefore AD^2 - 2\sqrt{15}AD - 12 = 0$

$AD = \dfrac{2\sqrt{15} \pm \sqrt{60 + 4\cdot 12}}{2}$

$AD = \sqrt{15} \pm 3\sqrt{3}$　$AD > 0$ より $\underline{AD = \sqrt{15} + 3\sqrt{3}}$ //