



2014年理学部(数学)第3問

3 関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} |x \log |x|| & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

$$g(x) = -x^2 + 1$$

により定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき、不等式 $\log x > -\frac{1}{\sqrt{x}}$ が成り立つことを示し、これを用いて $f(x)$ は $x = 0$ で連続であることを示せ。
- (2) $f(x)$ の極値を求め、 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。
- (3) 方程式 $f(x) = g(x)$ の解は $x = -1, 1$ のみであることを示せ。
- (4) $0 < r < 1$ とする。曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ によって囲まれた図形のうち、 $x \geq r$ の範囲の部分の面積を $S(r)$ とおく。このとき、 $\lim_{r \rightarrow +0} S(r)$ を求めよ。