



2014年第2問

2 xy 平面上の曲線 $C : y = x \sin x + \cos x - 1$ ($0 < x < \pi$) に対して、以下の問いに答えよ。ただし $3 < \pi < \frac{16}{5}$ であることは証明なしで用いてよい。

- (1) 曲線 C と x 軸の交点はただ 1 つであることを示せ。
- (2) 曲線 C と x 軸の交点を $A(\alpha, 0)$ とする。 $\alpha > \frac{2}{3}\pi$ であることを示せ。
- (3) 曲線 C 、 y 軸および直線 $y = \frac{\pi}{2} - 1$ で囲まれる部分の面積を S とする。また、 xy 平面の原点 O 、点 A および曲線 C 上の点 $B\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} - 1\right)$ を頂点とする三角形 OAB の面積を T とする。 $S < T$ であることを示せ。