0002169630387999

昭和薬科大学

2015年 薬学部B 第1問　　1枚目／2枚　　数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) $10^{a+1}=45$，$10^{b+2}=75$ のとき，$\log_{10}5$ を a，b を用いて表すと，$\log_{10}5=\dfrac{-a+\overset{2}{\boxed{\text{ア}}}b+\overset{3}{\boxed{\text{イ}}}}{\underset{3}{\boxed{\text{ウ}}}}$ である．

(2) 次の連立不等式を満たす整数 x をすべて加えると $\overset{4}{\boxed{\text{エ}}}\overset{5}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

$$\begin{cases} x^2-12x+10<0 \\ x^2-6x-1>0 \end{cases}$$

(3) 区別のつかない8個の球を4人で分配する方法は $\overset{1}{\boxed{\text{カ}}}\overset{6}{\boxed{\text{キ}}}\overset{5}{\boxed{\text{ク}}}$ 通りである．ただし，1個も配分されない人がいる場合も含めて考えることにする．

(4) $\tan(\alpha-\beta)=2$，$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\tan\alpha=\overset{2}{\boxed{\text{ケ}}}+\sqrt{\overset{5}{\boxed{\text{コ}}}}$，$\tan\beta=\overset{-}{\boxed{\text{サ}}}\overset{2}{\boxed{\text{シ}}}+\sqrt{\overset{5}{\boxed{\text{ス}}}}$ である．

(5) 点A(6, 0, 5)，B(0, −7, 3)，C(0, 0, 1) に対して，直線ABと xy 平面の交点をP，直線ACと xy 平面の交点をQとする．直線PQの方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{セ}}\,7}{\boxed{\text{ソ}}\,3}x+\frac{\boxed{\text{タ}}\,7}{\boxed{\text{チ}}\,2},\quad z=0$$

である．

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k\cdot 3^k=\frac{\boxed{\text{ツ}}\,3}{\boxed{\text{テ}}\,4}\{(\underset{2}{\boxed{\text{ト}}}n-1)3^n+1\}$ である．

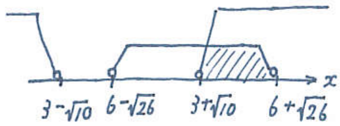
(1) $10^{a+1}=45$ より，$a+1=\log_{10}5+2\log_{10}3$ …①

$10^{b+2}=75$ より，$b+2=2\log_{10}5+\log_{10}3$ …②

②×2−① より，$2b+4-a-1=3\log_{10}5$　　∴ $\log_{10}5=\dfrac{-a+2b+3}{3}$ //

(2) $x^2-12x+10<0$ より，$6-\sqrt{26}<x<6+\sqrt{26}$

$x^2-6x-1>0$ より，$x<3-\sqrt{10}$，$3+\sqrt{10}<x$



∴ $3<\sqrt{10}<4$，$5<\sqrt{26}<6$ なので，右図より，

$3+\sqrt{10}<x<6+\sqrt{26}$　　x は整数なので，$x=7, 8, 9, 10, 11$　　∴ 和は，45 //

(3) 右図のように8コの球を3つの仕切りで区切ればよい

∴ ${}_{11}C_3=165$ 通り //

○|○○○|○○|○○

球8コと仕切り3個を1列に並べる

0002169630387999

昭和薬科大学

2015年 薬学部B 第1問　　2枚目／2枚　　数理石井K

1 次の問いに答えよ．

(1) $10^{a+1}=45$，$10^{b+2}=75$ のとき，$\log_{10}5$ を a，b を用いて表すと，$\log_{10}5=\dfrac{-a+\boxed{ア}b+\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ である．

(2) 次の連立不等式を満たす整数 x をすべて加えると $\boxed{エ\,オ}$ である．

$$\begin{cases} x^2-12x+10<0 \\ x^2-6x-1>0 \end{cases}$$

(3) 区別のつかない8個の球を4人で分配する方法は $\boxed{カ\,キ\,ク}$ 通りである．ただし，1個も配分されない人がいる場合も含めて考えることにする．

(4) $\tan(\alpha-\beta)=2$，$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\tan\alpha=\boxed{ケ}+\sqrt{\boxed{コ}}$，$\tan\beta=\boxed{サ\,シ}+\sqrt{\boxed{ス}}$ である．

(5) 点A(6, 0, 5)，B(0, −7, 3)，C(0, 0, 1) に対して，直線ABと xy 平面の交点をP，直線ACと xy 平面の交点をQとする．直線PQの方程式は

$$y=\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}x+\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}},\quad z=0$$

である．

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k\cdot3^k=\frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}\{(\boxed{ト}n-1)3^n+1\}$ である．

(4) $\tan(\alpha-\beta)=2$ より，

$\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=2$

$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$ より，$\tan\beta=\dfrac{1}{\tan\alpha}$

$\therefore\ \tan\alpha-\dfrac{1}{\tan\alpha}=4$

$\therefore\ (\tan\alpha)^2-4\tan\alpha-1=0$

$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ より $\underline{\tan\alpha=2+\sqrt5}$ //

$\therefore\ \tan\beta=\dfrac{1}{2+\sqrt5}$

$=\underline{-2+\sqrt5}$ //

(5) $P(p_1,p_2,0)$，$Q(q_1,q_2,0)$ とおくと，

$\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AB}$ (k：実数) より，$(p_1-6,\ p_2,\ -5)=k(-6,-7,-2)$

$\therefore\ k=\dfrac{5}{2}$，$p_2=-\dfrac{35}{2}$，$p_1=-9$　$\therefore\ P\left(-9,-\dfrac{35}{2},0\right)$

$\overrightarrow{AQ}=m\overrightarrow{AC}$ (m：実数) より，$(q_1-6,\ q_2,\ -5)=m(-6,0,-4)$

$\therefore\ m=\dfrac{5}{4}$，$q_2=0$，$q_1=-\dfrac{3}{2}$　$\therefore\ Q\left(-\dfrac{3}{2},0,0\right)$

$\therefore$ PQ：$\underline{y=\dfrac{7}{3}x+\dfrac{7}{2},\ z=0}$ //

(6) $S=1\cdot3^1+2\cdot3^2+3\cdot3^3+\cdots+n\cdot3^n$　…①

$3S=\qquad 1\cdot3^2+2\cdot3^3+\cdots+(n-1)\cdot3^n+n\cdot3^{n+1}$　…②

②−①より，$2S=n\cdot3^{n+1}-(3^1+3^2+\cdots+3^n)$

$=n\cdot3^{n+1}-\dfrac{3(1-3^n)}{1-3}$

$=n\cdot3^{n+1}-\dfrac{3}{2}(3^n-1)$

$\therefore\ 2S=\dfrac{1}{2}\{2n\cdot3^{n+1}-3(3^n-1)\}$

$=\dfrac{1}{2}\{(2n-1)\cdot3^{n+1}+3\}$

$\therefore\ \underline{S=\dfrac{3}{4}\{(2n-1)\cdot3^n+1\}}$ //