

2016年理系第1問

1 a と b を $0 \leq a \leq 1$, $0 \leq b < 1$ をみたす定数とする. 数列 $\{a_n\}$ を次の条件によって定める.

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n^2 + b) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$c = 1 - \sqrt{1 - b}$ とおく. 以下の問いに答えなさい.

- (1) $0 \leq a_n \leq 1$ が成り立つことを示しなさい.
- (2) $a_{n+1} - c = \frac{1}{2}(a_n + c)(a_n - c)$ が成り立つことを示しなさい.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$ が成り立つことを示しなさい.