

2017年理系第1問

1 n を自然数とし、 e を自然対数の底とする。関数

$$f(x) = x^{n-1}e^{-x}$$

について、以下の問いに答えなさい。

- (1) すべての自然数 n に対して、 $x \geq 0$ のとき $e^x > \frac{x^n}{n!}$ が成り立つことを、 n に関する数学的帰納法によって示しなさい。
- (2) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x)$ を求めなさい。
- (3) $n \geq 3$ の場合に、 $x > 0$ の範囲における $f(x)$ の最大値、およびそのときの x の値を求めなさい。また、 $x > 0$ の範囲における $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めなさい。